Revue d'histoire des sciences et de leurs applications

L' « Essay pour les Coniques » de Pascal.

M Rene Taton

Citer ce document / Cite this document :

Taton Rene. L' « Essay pour les Coniques » de Pascal.. In: Revue d'histoire des sciences et de leurs applications, tome 8, n°1, 1955. pp. 1-18;

doi : https://doi.org/10.3406/rhs.1955.3488

https://www.persee.fr/doc/rhs_0048-7996_1955_num_8_1_3488

Fichier pdf généré le 07/04/2018

L' « Essay pour les Coniques » de Pascal

Première œuvre imprimée de Blaise Pascal, l'*Essay pour les Coniques* est aussi la seule étude de géométrie élémentaire publiée de son vivant par l'auteur des *Pensées*. De ce seul fait, et malgré sa sécheresse volontaire, cette esquisse de jeunesse mériterait déjà un examen attentif. Mais aux yeux des historiens de la géométrie, cette brève suite de définitions, de lemmes, de problèmes et d'études à entreprendre, présente un intérêt exceptionnel. Cette simple page, imprimée sous forme d'affiche, contient en effet le premier énoncé du célèbre théorème de Pascal sur l'alignement des points d'intersection des 3 couples de côtés opposés d'un hexagone inscrit dans une conique, ainsi que l'esquisse du plan d'une étude projective des coniques, faite à partir de ce théorème.

Certes, après la publication de ce premier plan de travail, Pascal n'interrompit pas ses recherches de géométrie ; tout au contraire, il semble qu'il ait poursuivi cette étude tout au long de sa vie, rédigeant un traité d'ensemble, le *Conicorum opus completum*, dont le manuscrit, pratiquement au point, fut entre les mains de Leibniz en 1676 (1). Malheureusement ce traité est aujourd'hui perdu et, pour juger de son orientation et de son importance, nous ne disposons, en dehors de l'*Essay pour les Coniques* qui peut en être considéré comme une première esquisse résumée, que de quelques documents en fait assez réduits. Il s'agit, d'une part, d'une « Adresse » que Pascal envoya en 1654 à la « célèbre Académie

(1) Voir le plan de ce traité dans la lettre de Leibniz à Périer du 30 août 1676. (*Œuvres de Pascal*, éd. Brunschvicg-Boutroux, t. II, pp. 220-224.)

Pour simplifier les références les plus fréquentes, nous adopterons dans la suite des notes les abréviations suivantes : *Œuvres de Pascal*, éd. Bossut, 5 vol., Paris, 1779 : *Bossut.* - *Œuvres de Pascal*, éd. Brunschvicg-Boutroux, 14 vol., Paris : *E. Pascal.* — P. Humbert, *L'œuvre scientifique de Blaise Pascal*, Paris, 1947 : *Humbert.* - - *Œuvres de Desargues*, éd. Poudra, 2 vol., Paris, 1864 : *Poudra.* - - *L'œuvre mathématique de G. Desargues*, éd. R. Taton, P. U. F., Paris, 1951 : *Desargues.*

parisienne de Mathématiques » et où il donne le thème de divers travaux scientifiques qu'il a entrepris (1) et, d'autre part, de quelques notes prises par Leibniz au cours de son examen du manuscrit de Pascal et du brouillon de la lettre par laquelle il annonçait aux frères Périer, héritiers de Pascal, le renvoi du manuscrit que ceux-ci lui avaient obligeamment prêté (2). Ces divers fragments ne donnent qu'une idée très imparfaite du contenu du traité géométrique à la mise au point duquel Pascal avait consacré une si grande part de son temps. De ce fait, l'*Essay pour les Coniques*, seule esquisse véritablement authentique de cette œuvre, garde à nos yeux une importance certainement beaucoup plus grande que celle qu'il aurait si nous possédions l'intégralité de celle-ci.

(1) De ce fragment, il nous reste une copie de Leibniz, conservée à la Bibliothèque de Hanovre (Leibniz-Handschriften, Abt. : 35 *Mathematica*, vol. XV, 1, f° 2). Son texte, latin, a été publié pour la première fois par Bossut (*Bossut*, t. IV, pp. 408-411) ; il est reproduit, annoté, dans *Œ. Pascal* (t. III, pp. 305-311) et se trouve commenté dans *Humbert* (pp. 41-42, 187-191). Une traduction française en est donnée dans la nouvelle édition des *Œuvres complètes de Pascal* (« Bibliothèque de La Pléiade », N. R. F., Paris). Pascal y annonce, entre autres, 6 traités géométriques relatifs aux cercles tangents, aux contacts sphériques, aux constructions de coniques à partir de 5 éléments (pris à volonté parmi 5 points et 5 tangentes), aux lieux plans (droites et cercles), à la théorie complète des coniques fondée sur le théorème de l'hexagone inscrit et à la perspective. Aucun de ces traités ne semble avoir été imprimé et aucun manuscrit ne nous en reste.

(2) Les fragments des manuscrits de Leibniz qui se rapportent à l'œuvre géométrique de Pascal sont contenus dans les vol. XIV et XV des « Leibniz-Handschriften (Abteilung 35 : *Mathematica*) » de la Bibliothèque de Hanovre. La liste suivante précise leurs numéros dans le *Catalogue critique des manuscrits de Leibniz*, 2e cah., éd. A. Rivaud, Poitiers, 1914-24, leur pagination dans les volumes de manuscrits de Leibniz et, éventuellement, la référence de leur édition dans les *Œuvres de Pascal*, éd. Brunschvicg-Boutroux (*Œ. Pascal*) :

N° 978 (vol. XIV, 1, f° 302). Brouillon du reçu délivré par Leibniz aux frères Périer pour le prêt des cahiers 4 à 6 des ouvrages géométriques de Pascal, daté de Paris, 4 juin 1675.

N° 1292 (vol. XV, f° 12). Énoncé du théorème de l'hexagramme mystique avec notes et fig. (*Œ. Pascal*, II, pp. 232-233).

N° 1496 (vol. XV, 1, f° 1). Conica Pascaliana (*Œ. Pascal*, II, pp. 229-231).

N° 1497 (vol. XV, 1, f° 10). Citation de Desargues extraite des *Coniques* de Pascal.

N° 1498 (vol. XV, 1, f° 11). Coniques : titres et état des manuscrits de Pascal (*Œ. Pascal*, II, p. 227-228).

N° 1499 (vol. XV, 1, f°s 4-9) : Generatio conisectionum (*Œ. Pascal*, II, pp. 234-243). Trad. française dans Pascal, *Œuvres complètes* (Paris, N. R. F. (La Pléiade), nouv. éd., 1954, pp. 1382-1387).

N° 1500 (vol. XV, 1, f° 2) : Pascalii fragmentum : copie du placard de Pascal « Celeberrimae Matheseos Academiae Parisiensis » (*Œ. Pascal*, III, pp. 305-308). Trad. française dans Pascal, *Œuvres complètes* (Paris, N. R. F. (La Pléiade), nouv. éd., 1954, pp. 1402-1404).

N° 1501 (vol. XV, 1, f° 13). Extrait d'un fragment (inédit).

N° 1506 (vol. XV, 1, f° 3). Brouillon de la lettre de Leibniz à Périer du 30 août 1676, lui annonçant le renvoi des manuscrits de Pascal (*Œ. Pascal*, II, pp. 220-224).

Sur l'origine de cet écrit de jeunesse, nous n'avons également que des renseignements assez vagues. La sœur de Pascal, la future Gilberte Périer, nous a laissé le récit des premiers contacts du jeune Blaise avec la géométrie (1). Mais la redécouverte systématique des premières propositions des *Éléments* d'Euclide par un garçonnet de 12 ans qui n'en aurait reçu aucune lueur extérieure, semble bien improbable, et la version donnée par Tallemant des Réaux (2) et qui ramène cet apprentissage à une lecture faite à l'insu de son père, et sans aucune aide, des 6 premiers livres d'Euclide est beaucoup plus vraisemblable. Toujours est-il qu'au début de 1636, le jeune Blaise Pascal, âgé de 12 à 13 ans, a pris avec la géométrie un premier contact qui a éveillé en lui une vocation qui se maintiendra tout au long de sa vie. Il commence bientôt à fréquenter aux côtés de son père, Étienne Pascal, amateur éclairé de mathématiques, les réunions scientifiques où le P. Mersenne groupe chaque semaine les principaux savants de la capitale, réunions où se discutent les problèmes scientifiques les plus divers que soulèvent les œuvres nouvellement parues ainsi que les mémoires et les nombreuses lettres que le célèbre Minime reçoit de ses différents correspondants. Philosophie, musique, physique, astronomie, se trouvent discutées dans ces réunions au même titre que les branches les plus diverses des mathématiques. Parmi les problèmes mathématiques qui s'y trouvent soulevés, l'intérêt de la plupart des participants se porte vers deux secteurs de cette science qui font naître alors les espoirs les plus vifs : le calcul des indivisibles en plein développement et « l'application de l'algèbre à la géométrie », branche nouvelle de la science dont Descartes révèle toute la puissance dans sa *Géométrie* de 1637. La géométrie pure n'intéresse guère que deux savants de l'Académie, Claude Mydorge, géomètre qui travaille dans la tradition d'Apollonius, et Girard Desargues, savant à l'originalité quelque peu déroutante, qui rêve de refondre à la fois la théorie des coniques et l'ensemble des techniques graphiques, de la perspective aux tracés des tailleurs de pierres et des constructeurs de cadrans solaires. Mydorge, qui termine un traité des coniques de forme classique, enrichi d'assez nombreux apports personnels (3), ne

1. *Œ. Pascal*, t. I, pp. 53-56.

2. TALLEMANT DES RÉAUX, *Historiettes*, 188-189 : *Le president Paschal et son filz.*

3. Claude MYDORGE (1580-1647) a publié un traité des coniques en deux parties (Paris, 1631 et 1639) et a laissé un manuscrit géométrique qui a été étudié par Ch. HENRY (*Bull. di Bibl. et Stor. d. Sc. mat. e fis.*, t. XVI, 1883, pp. 514-544).

réussit ni à exciter durablement l'intérêt des autres savants, ni à les déconcerter. Par contre, Desargues, dont la large culture et la profondeur de vues sont justement appréciées dans les discussions générales, apporte dans ses travaux personnels (1) une originalité de conception et d'exposition qui étonne et déroute la plupart des habitués des réunions de l'Académie du P. Mersenne. Ceux-ci n'y voient qu'un fatras de théories ambitieuses, plus ou moins correctes, exposées dans un style confus et prétentieux. En dehors du P. Mersenne qui, estimant hautement l'intelligence de Desargues, apprécie ses essais, de confiance, sans en saisir la portée, et de deux des plus grands mathématiciens de l'époque, Descartes et Fermat, qui, tout en jugeant équitablement les travaux du géomètre, ne peuvent guère s'y intéresser de par la tournure même de leur esprit et de leurs préoccupations, il semble que Desargues n'ait trouvé qu'un seul auditeur pour apprécier les idées fondamentalement nouvelles qu'il introduit dans le domaine de la géométrie et de ses applications. Et cet auditeur n'est autre que le benjamin de l'assemblée, le jeune Blaise Pascal. Non seulement cet adolescent comprend l'intérêt d'une étude unitaire des coniques telle que Desargues l'entreprend à l'aide de considérations projectives, mais il tente bientôt de reprendre lui-même cette étude par une autre voie, celle qu'annonce son *Essay* de 1640. Quelles furent les relations exactes de Pascal et de Desargues au cours de la période où le jeune homme prépare la rédaction de son plan de travail ? Aucun élément précis ne nous permet de répondre à cette question. Le seul fait certain est qu'au témoignage même de Pascal, l'œuvre de Desargues lui a servi d'inspiratrice et de modèle ; mais nous ignorons s'il reçut des conseils plus précis relatifs au contenu et à la forme de son essai. Desargues fut-il l'un des membres de l'Académie Mersenne qui, aux

(1) Voir à ce sujet notre ouvrage, *L'œuvre mathématique de G. Desargues*, Paris, P. U. F., 1951 (abrév. *Desargues*). Les premières œuvres publiées par Desargues sont : *Exemple d'une manière universelle du S. G. D. L.*, petit livret de perspective publié en 1636 (*Poudra*, t. I, pp. 55-84) et le *Brouillon project d'une atteinte aux evenemens des rencontres du Cone avec un Plan*, son œuvre essentielle qui brosse une étude projective des coniques par l'intermédiaire de la transformation par involution et de la perspective (*Poudra*, t. I, pp. 103-230, *Desargues*, pp. 99-181). Cette dernière œuvre, d'une originalité et d'un intérêt exceptionnels, a contribué dans une large mesure à orienter les recherches et les travaux du jeune Pascal qui s'en est largement inspiré dans son *Essay*. Par contre, elle ne semble pas avoir eu d'autres répercussions immédiates et ce n'est que dans les premières œuvres de Philippe de La Hire (1672 et 1673) que l'on retrouvera des traces très nettes de la méthode de Desargues (cf. notre article : La première œuvre géométrique de Philippe de La Hire, *Rev. Hist. Sci.*, t. VI, 1953, pp. 93-111).

dires de Mme Périer (1), encouragèrent le jeune Pascal, au cours de l'hiver 1639-1640, à publier ses découvertes. Le fait semble très vraisemblable car Desargues était la personne la mieux qualifiée pour apprécier l'intérêt des travaux de son jeune disciple et il ne pouvait qu'être flatté de voir publier un écrit où ses mérites se trouvaient hautement reconnus. D'ailleurs il semble que les rapports entre les deux géomètres soient toujours demeurés très confiants (2).

Après ces quelques indications malheureusement très fragmentaires sur l'origine de l'*Essay pour les Coniques*, abordons maintenant l'étude de ce texte. Nous nous limiterons d'ailleurs à des remarques assez générales, le détail même de l'œuvre se trouvant éclairé par son texte que nous rééditons à la suite et par les notes que nous lui avons adjointes.

L'*Essay pour les Coniques* dont il nous reste encore deux exemplaires (3) se présente sous la forme d'une petite affiche de format 35 × 43 cm., imprimée d'un seul côté, et ne portant aucune indication d'imprimeur. Cette dernière particularité est certainement due à ce que cette affiche, tirée à 50 exemplaires, était uniquement destinée à être distribuée aux amis de Pascal et à certains correspondants de Mersenne. Cette diffusion très réduite explique que ce texte soit resté ignoré de nombreux géomètres du XVII^e^ siècle et qu'il n'ait pas été inséré dans les éditions des œuvres de Pascal antérieures à celle de l'abbé Bossut (4). Suivant un usage assez répandu à l'époque, la signature de l'auteur se limite aux deux initiales B. P. ; ceci peut aussi s'expliquer par le fait que Pascal ne considérait son essai que comme une première esquisse destinée surtout à sonder les réactions que susciterait l'étude plus étendue qu'il préparait.

1 *Œ. Pascal*, I, pp. 56-57. Mme Périer qui fait de cet essai des louanges quelque peu exagérées, affirme à tort que « cet ouvrage n'a jamais été imprimé ». Cette erreur provient très certainement d'une confusion avec le grand « Traité des coniques », resté inédit et perdu depuis lors.

2 Cf. *Desargues*, p. 35-36.

3 L'un de ces exemplaires est conservé à la Bibliothèque nationale, dans un des recueils d'*Écrits de Pascal* (Rés. V 859, 1^re^ pièce).

Le second, qui se trouve dans les manuscrits de Leibniz à la Bibliothèque de Hanovre (Abt. 35, vol. XV, 1, f° 1), était joint au manuscrit du grand traité que consulta Leibniz. Des fac-similés en sont donnés dans *Œ. Pascal* (t. II, p. 252) et dans *Humbert* (planche V).

4 *Bossut*, t. IV, p. 1-7. Les éditions ultérieures des *Œuvres de Pascal* ont presque toutes reproduit le texte de cet *Essay*, d'après l'original ; le texte de l'édition Bossut est plus correct que celui de la plupart d'entre elles (cf. *Œ. Pascal*, II, pp. 252-259), Bossut ayant corrigé dans le texte et les figures un certain nombre d'erreurs d'impression que les commentateurs ultérieurs n'ont pas toujours rectifiées.

***

Le texte lui-même se compose de 3 définitions générales, suivies des 3 lemmes qui doivent servir de base au futur traité des coniques, puis d'un programme d'ensemble très schématique d'où l'auteur extrait 5 énoncés de théorèmes destinés à donner une idée assez précise de la généralité de sa méthode, et quelques exemples de problèmes qu'il doit traiter. Annonçant qu'il possède encore d'autres « problèmes et théorèmes » et plusieurs conséquences des précédents, il sollicite enfin l'avis de ses lecteurs sur l'intérêt de l'œuvre dont il a esquissé les lignes générales.

La première définition est celle des « ordonnances » de lignes (faisceaux de droites) que Pascal tire du *Brouillon projet* de Desargues (1) et qui associe le cas des faisceaux de droites parallèles à celui des droites concourantes. Notons seulement l'expression « ordre de lignes » que Pascal semble lui préférer. La seconde définition, celle de « section de cône », montre que Pascal entend traiter les coniques dans leur ensemble, associant le cas particulier du faisceau de deux droites au cas général. S'il distingue en apparence le cas du cercle de celui de l'ellipse qui l'englobe, c'est uniquement pour faciliter l'exposé ultérieur où les propriétés projectives, démontrées sur le cas particulier du cercle, se trouveront ensuite étendues par perspective au cas général. La définition 3 n'apporte qu'une simple précision de langage.

Le premier lemme n'est autre que le théorème sur l'hexagone de Pascal, énoncé dans le cas du cercle et sous une forme un peu différente de celle que nous lui donnons aujourd'hui. Le second lemme est un théorème de géométrie de l'espace très élémentaire. Le 3e lemme étend le théorème de l'hexagone à une conique quelconque.

Pascal annonce ensuite vouloir déduire de ces lemmes et de leurs conséquences un traité complet des coniques : propriétés des diamètres et côtés droits (paramètres), des tangentes, problèmes de détermination et de construction envisagés de façon très générale.

Comme illustration du caractère plus « universel » de sa méthode, il énonce ensuite 5 théorèmes. Renvoyant pour le détail de ceux-ci aux notes explicatives, nous nous bornerons pour l'instant à les

(1) Cf. *Desargues*, p. 100.

caractériser rapidement en langage moderne. Le premier de ces théorèmes affirme l'égalité des rapports anharmoniques des faisceaux de droites joignant deux points quelconques d'une conique à 4 points donnés sur cette même courbe. Le second théorème comprend plusieurs propositions : le théorème dit de Pappus sur l'égalité des rapports anharmoniques des groupes de points déterminés sur deux sécantes par un faisceau de 4 droites, le théorème classique dit de Ménélaus (ou de Ptolémée) sur les rapports des segments déterminés par une sécante sur les côtés d'un triangle et enfin un cas particulier du théorème dit de Carnot sur les rapports des segments déterminés par une conique sur les 3 côtés d'un triangle. Le troisième théorème, extension du précédent, et autre cas particulier du théorème dit de Carnot, exprime la relation à laquelle satisfont les segments déterminés par une conique sur les côtés d'un quadrilatère. La 4e proposition est le célèbre théorème de Desargues sur l'involution déterminée sur une sécante quelconque par une conique et les côtés d'un quadrilatère inscrit. Enfin, le théorème V, mal interprété par la plupart des commentateurs, équivaut aux équations classiques des coniques à centre rapportées à deux diamètres conjugués.

Pascal indique enfin quelques problèmes de construction qu'il peut traiter par sa méthode : construction des tangentes à une conique passant par un point donné, détermination des diamètres conjugués faisant entre eux un angle donné, détermination de deux diamètres connaissant leur rapport et leur angle.

Il est évidemment difficile de juger de l'œuvre qu'il projetait d'après cette esquisse si incomplète, ne comportant aucune démonstration. Cependant il est manifeste que Pascal entend construire son traité par une méthode unitaire dont l'idée fondamentale est suggérée par l'ordre dans lequel sont énoncés les lemmes. Le théorème qui servira de base à l'édifice tout entier est celui qui se trouve énoncé au lemme 3 (théorème de l'hexagone inscrit dans une conique). Le lemme 1 n'en est qu'un cas particulier qui se démontre aisément par voie élémentaire, le lemme 2 sert d'intermédiaire pour le passage par voie projective du lemme 1 au lemme 3. Le rôle fondamental que Pascal confère à son célèbre théorème nous est confirmé par le témoignage de Mersenne qui affirme que Pascal en avait déduit 400 propositions différentes couvrant l'ensemble

de la théorie des coniques (1), par le témoignage ultérieur de Pascal lui-même (2) et par certains passages des notes de Leibniz (3). L'effort d'axiomatisation entrepris depuis les dernières décades du XIX^e^ siècle a permis, sinon de reconstituer le plan détaillé de ce traité disparu, du moins d'en comprendre l'inspiration, compte tenu de la place exceptionnelle qu'occupe le théorème de Pascal dans la théorie des coniques.

Quant aux théorèmes eux-mêmes choisis à titre d'exemples, on peut penser, soit que, démontrés facilement dans le cas du cercle, ils ont été ensuite étendus par projection au cas général, soit qu'ils ont été déduits du théorème de l'hexagone inscrit. Dans leur majorité ces théorèmes ne sont d'ailleurs pas originaux. Le premier est une conséquence assez directe du théorème de Desargues. Le second comprend deux propositions alors très connues ; mais sa dernière partie et le théorème 3, cas particuliers du théorème dit de Carnot, sont peut-être plus originaux, quoique leur application au cas particulier du cercle soit très élémentaire. Le théorème 4, tiré directement du *Brouillon projet* de Desargues, donne à Pascal l'occasion de rendre un vibrant hommage à son maître ; enfin le théorème 5 se trouve déjà sous une forme voisine dans Desargues, voire même dans Apollonius.

Le jugement que l'on peut émettre sur un tel essai dépend dans une large mesure de l'état d'esprit avec lequel on le considère. Si on fait abstraction des affirmations de l'auteur sur la toute-puissance de sa méthode — qu'il ne révèle que par allusion — et si on

(1) « Unica propositione universalissima, 400 corollariis armata, integrum Apollonium complexus est » (MERSENNE, *Cogitata Physico-mathematica*, Paris, 1644, Préface). En mars 1648, Mersenne écrit à Constantin Huygens : « Si votre Archimède [son fils Christiaan] vient avec vous [à Paris], nous lui ferons voir un des plus beaux traités de géométrie qu'il ait jamais vus, qui vient d'être achevé par le jeune Pascal. C'est la solution du lieu de Pappus *ad 3 et 4 lineas* qu'on prétend ici n'avoir pas été résolu par M. des Cartes en toute son étendue. Il a fallu des lignes rouges, vertes et noires pour distinguer la grande multitude des considérations... Votre Archimède verra l'invention du dit Pascal pour supputer sans peine et sans rien savoir » (*Œuvres complètes de Huygens*, t. I, p. 83).

(2) Dans son *Adresse à l'Académie parisienne* de 1654, Pascal annonce en effet « l'œuvre complète des coniques comprenant et les Coniques d'Apollonius et d'innombrables autres résultats, par une seule proposition, ou presque ; invention que j'ai faite quand je n'avais pas encore atteint l'âge de 16 ans, et que plus tard j'ai mis en ordre ».

(3) Le plan de l'ouvrage de Pascal, tel que Leibniz le donne dans sa lettre à Périer, montre en effet qu'une partie de l'œuvre était consacrée à l'étude des conséquences directes du théorème de l'hexagone, et que plusieurs autres chapitres (études des pôles et polaires, problèmes de constructions, étude du problème de Pappus, etc.) étaient fondés sur l'emploi systématique de ce théorème.

juge ce texte d'après son simple contenu, et en tenant compte de ce que l'auteur reconnaît s'être inspiré de Desargues, on n'y trouve guère qu'un seul élément réellement original : le théorème de l'hexagone inscrit ; encore celui-ci se trouve-t-il énoncé sous une forme assez incommode. C'est là le point de vue de Descartes qui se refuse à s'enthousiasmer pour cet essai rédigé par un jeune homme de 16 ans (1). Mais si, au contraire, on admet — ce que les témoignages cités rendent vraisemblable — que Pascal avait, dès cette époque, réalisé, au moins en partie, le projet ambitieux qu'il esquisse dans son *Essay*, l'appréciation est toute différente. Pascal doit alors être considéré dès ce moment, sinon comme l'égal de Desargues, qui garde le mérite d'avoir avant lui dressé d'une façon plus obscure, mais beaucoup plus complète, le plan d'une étude projective des coniques de principe analogue — mais du moins comme le seul disciple de valeur du grand géomètre. Si l'on ne peut voir en Pascal un créateur aussi original que Desargues, du moins est-il équitable de le considérer comme l'un des rares géomètres de valeur du XVII^e^ siècle, l'un des seuls à avoir su assimiler et poursuivre l'œuvre géniale entreprise par l'auteur du *Brouillon project* (2).

Nous n'avons pas jusqu'à présent signalé un défaut matériel qui a certainement nui au succès de l'*Essay pour les Coniques* : le nombre inusité des fautes d'impression. Dans un texte aussi court, on ne trouve pas moins d'une dizaine d'erreurs dans l'écriture des lettres définissant les figures étudiées. De plus, on trouve plusieurs autres fautes typographiques : mots oubliés ou mal écrits ; et l'une des figures, où l'auteur a eu le tort de grouper les éléments relatifs à 5 théorèmes différents, est très difficile à lire, d'autant plus qu'un point et deux segments essentiels n'y sont pas situés et qu'une des

(1) « Je ne trouve pas étrange qu'il y en ait qui démontrent les coniques plus aisément qu'Apollonius, écrit-il à Mersenne avant d'avoir reçu l'écrit de Pascal... Mais on peut bien proposer d'autres choses, touchant les coniques, qu'un enfant de 16 ans aurait de la peine à démêler » (*Correspondance de Descartes*, t. III, p. 300). Et, plus tard, après avoir reçu l'*Essay*, il confirme son jugement peu bienveillant : « Avant que d'en avoir lu la moitié, j'ai jugé qu'il avait appris de M. Desargues : ce qui m'a été confirmé, incontinent après, par la confession qu'il en fit lui-même » (*Correspondance de Descartes*, P. U. F., t. IV, p. 34).

2 Divers historiens des sciences ont, à notre avis, sous-estimé l'importance de l'œuvre de Desargues et son influence sur celle de Pascal (cf. *Humbert*, p. 19 : Pascal « sera le continuateur de Desargues, mais en y ajoutant le génie », cf. également p. 34, 47). Il nous semble injuste d'oublier que Pascal a tiré l'essentiel de sa doctrine géométrique de l'enseignement de Desargues et que, dans le domaine de la géométrie projective, il s'est comporté comme un disciple intelligent et clairvoyant, mais non comme un inspirateur.

lettres ne correspond pas avec celle qui est employée dans l'un des énoncés.

Ce défaut, dû probablement à l'inexpérience de l'auteur, a été signalé par plusieurs contemporains (1) et Bossut a eu le grand mérite de rectifier dans la première réédition de l'*Essay pour les Coniques* (2), une bonne partie des fautes d'impression. Mais les éditions plus récentes n'ont pas toujours suivi ce bon exemple (3).

***

Dans le texte que nous donnons à la suite, nous avons pu rectifier, dans la plupart des cas, les fautes qu'un examen minutieux nous a permis de déceler. Seule, l'erreur, passée jusqu'à présent inaperçue dans l'énoncé du théorème de Desargues, n'a pu être corrigée. Nous avons introduit des notes assez développées, destinées à faciliter l'étude de ce texte important et rectifié, chemin faisant, certaines interprétations inexactes dues à une mauvaise compréhension du langage géométrique du XVII^{e} siècle.

L'orthographe de l'*Essay* étant assez flottante (4), nous avons préféré la moderniser, mais sans modifier le vocabulaire (5). Les rectifications introduites pour corriger des fautes d'impression sont imprimées en caractères gras et signalées en notes. Pour des raisons de commodité typographique, nous avons remplacé les renvois marginaux aux figures par des renvois en fin de paragraphe. Enfin, pour faciliter l'étude de ce texte, nous avons adjoint aux figures originales de Pascal (non rectifiées), des figures plus nombreuses, mais moins surchargées, qui se rapportent chacune à un

(1) C'est ainsi qu'Huret écrit en 1670 y avoir relevé « 6 fautes qui peuvent passer pour des fautes d'impression... quoiqu'elles y corrompent partie des hypothèses et costez des plans rectangles qui doivent constituer les raisons et propositions qui servent aux démonstrations ; mais comme... aussi que ce que les droites PQ et NO manquent en la première des 3 figures n'est que du fait du tailleur en bois » (*Optique de portraiture...*, p. 157 ; cf. *Poudra*, t. II, p. 210.)

(2) *Bossut*, t. IV, pp. 1-7.

(3) C'est ainsi que l'édition la plus justement appréciée, celle de Brunschvicg-Gazier-Boutroux, quoique enrichie de commentaires très détaillés, reproduit une partie des fautes d'impression qui avaient été antérieurement corrigées par Bossut (*Œ. Pascal*, t. II, pp. 252-259).

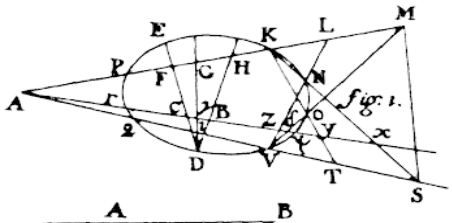
(4) En voici quelques exemples : Pascal emploie à la fois poinct et point, droitcte et droite, escript et escrit (écrit), diamettre et diametre (diamètre), mattière et matière, parallele et paralelle.

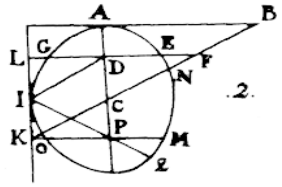
(5) En dehors des cas précédemment cités, nous avons supprimé l'accord de certains participes présents et modernisé l'orthographe de nombreux termes tels que subjet, quarré, elipse, demonstrer, etc.

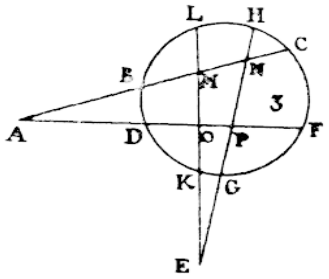
seul théorème (les renvois à ces figures additionnelles se trouvent en fin de paragraphe, imprimés en italique). La transcription moderne que nous donnons en notes de la plupart des énoncés éclairera suffisamment le lecteur, même non averti, pour qu'il nous paraisse inutile de définir certains termes d'emploi courant au XVII^e siècle.

Puissent les exemples que nous donnons de fautes d'impression transmises d'édition en édition, et les erreurs d'interprétation que nous avons relevées à propos d'un texte aussi bref et — théoriquement du moins — aussi connu, attirer l'attention sur la nécessité de revoir avec la plus grande minutie les textes classiques considérés comme les mieux établis.

René TATON.







ESSAY POVR LES CONIQVES. Par B. P.

DÉFINITION PREMIÈRE

Quand plusieurs lignes droites concourent à même point, ou sont toutes **parallèles** (1) entre elles, toutes ces lignes sont dites de même ordre ou de même ordonnance, et la multitude de ces lignes est dite ordre de lignes, ou ordonnance de lignes (2).

DÉFINITION II

Par le mot section de Cône, nous entendons la circonférence du Cercle, l'Ellipse, l'Hyperbole, la Parabole et l'angle rectiligne, d'autant qu'un Cône coupé parallèlement à sa base, ou par son sommet, ou des trois autres sens qui engendrent l'ellipse, l'hyperbole et la parabole engendre dans la

(1) Faute d'impression dans l'original qui porte « parelles ».

(2) Cette définition est inspirée du *Brouillon project* de DESARGUES (cf. *Desargues*, p. 100), mais Pascal semble préférer le terme d' « ordre » à celui d' « ordonnance » employé par Desargues. Le terme moderne correspondant, faisceau, date du XIX^e siècle.

superficie conique, ou la circonférence d'un cercle ou un angle, ou l'ellipse, ou l'hyperbole, ou la parabole (1).

Définition III

Par le mot de droite mis seul, nous entendons ligne droite.

Lemme I

Si dans le plan M, S, Q, du point M partent les deux droites MK, MV, et du point S, partent les deux droites SK, SV, et que K soit le concours des droites MK, SK, et V, le concours des droites MV, SV, et A, le concours des droites **MK, SV** (2) et μ (3), le concours des droites MV, SK, et que par deux des 4 points AKμV, qui ne soient point en même droite avec les points

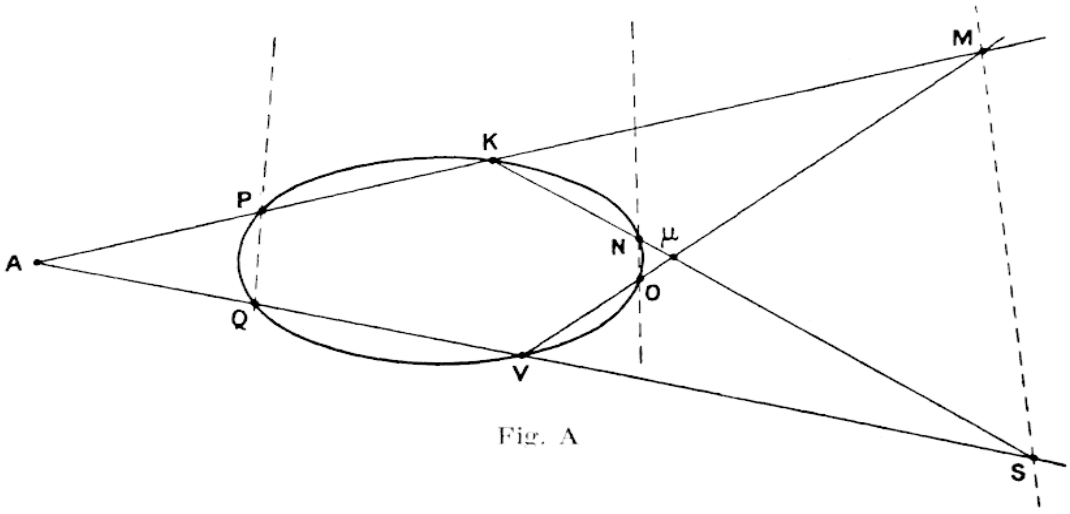


Fig. A

M, S, comme par les points K, V, passe la circonférence d'un cercle coupant les droites MV, **MK**, SV, SK (4), ès points O, P, Q, N, je dis que les droites MS, NO, PQ sont de même ordre (5) (fig. I et *fig. A*.)

(1) Cette conception générale de la notion de section de cône (ou de conique) est évidemment inspirée de Desargues. Les deux cas particuliers qui se trouvent oubliés (droite double, conique réduite à un point), sont par contre clairement caractérisés par Pascal dans sa *Generatio coniseclionum* (cf. *Œ. Pascal*, t. II, p. 237).

(2) L'original porte par erreur « A, le concours des droictes MA, SA ».

(3) La lettre μ est oubliée sur la figure originale, quoique l'intersection des droites MV et SK soit clairement indiquée. Cet oubli se trouve corrigé dans *Bossut*.

(4) L'original porte par erreur MV, MP, SV, SK. Cette faute n'est rectifiée ni par Bossut, ni par Boutroux.

(5) Il s'agit du célèbre théorème de l'hexagone inscrit de Pascal, considéré dans le cas particulier du cercle, et présenté sous une forme différant quelque peu de son énoncé moderne. Si l'on joint deux points quelconques du plan M et S à deux points quelconques K et V d'une circonférence, les droites MK, MV, SK, SV recoupant la circonférence considérée aux points P, O, N, Q, l'énoncé exprime que l'intersection T des droites NO et PQ se trouve sur la droite MS, ce qui revient à dire que les points d'intersection T, S, M, des 3 couples de côtés opposés de l'hexagone inscrit ONKPQV sont en ligne droite. Il est

Lemme II

Si par la même droite passent plusieurs plans qui soient coupés par un autre plan, toutes les lignes des sections de ces plans sont de même ordre avec la droite par laquelle passent lesdits plans (1).

Ces deux Lemmes posés et quelques faciles conséquences d'iceux, nous démontrerons que les mêmes choses étant posées qu'au premier Lemme, si par les points K, V, passe une quelconque section de cône qui coupe les droites MK, MV, SK, SV, ès points P, O, N, Q, les droites MS, NO, PQ seront de même ordre, cela sera un troisième Lemme (2) (fig. I et *fig A*).

En suite de ces trois Lemmes et de quelques conséquences d'iceux, nous donnerons des Éléments Coniques complets, à savoir toutes les propriétés des diamètres et côtés droits (3), des tangentes, etc., la restitution du cône presque sur toutes les données (4), la description des sections de cône par points (5), etc.

Quoi faisant, nous énonçons les propriétés que nous en touchons d'une manière plus universelle qu'à l'ordinaire. Par exemple, celle-ci, si dans le plan MSQ, dans la section de cône PKV, sont menées les droites AK, AV, atteignant la section aux points PK, QV, et que deux de ces 4 points qui ne sont point en même droite avec le point A, comme par les points K, V, et par deux points N, O, pris dans le bord de la section sont menées 4 droites KN, KO, VN, VO, coupant les droites AV, AP, aux points **S, T, L, M** (6),

à noter qu'aucune allusion à cet hexagone n'est faite dans l'*Essay*, alors que ce même théorème semble énoncé sous sa forme moderne dans le traité plus développé que Pascal rédigea ensuite : c'est alors le célèbre théorème de l' « hexagramme mystique » (cf. lettre de Leibniz à Périer : *Œ. Pascal*, II, p. 221 et le fragment n° 1292, *Œ. Pascal*, II, p. 232). Il est assez curieux de remarquer que les deux figures de Leibniz ne se rapportent qu'à des cas particuliers où deux côtés de l'hexagone sont parallèles. Dans la figure de l'essai, les droites NO et PQ ne sont pas tracées ; la figure de *Bossut* répare cet oubli.

(1) Théorème très élémentaire destiné à permettre le passage par voie projective du cas particulier de l'hexagone inscrit dans un cercle au cas général de l'hexagone inscrit dans une conique.

(2) Cas général du « théorème de Pascal » : alignement des intersections des côtés opposés d'un hexagone inscrit dans une conique.

(3) Étant donné deux diamètres conjugués d'une conique, de longueurs $2a'$ et $2b'$, les géomètres du XVII^{e} siècle désignent par « côté droit » du premier de ces diamètres (*latus rectum*), le segment de longueur $2b'^2/a'$. Mydorge introduisit le mot « paramètre » pour désigner ce même segment ; l'usage s'en répandit au XVIII^{e} siècle, tandis que l'on en modifiait quelque peu le sens, adoptant la nouvelle valeur b'^2/a' (moitié de l'ancienne valeur) et que l'on en restreignait peu à peu l'application au cas de l'axe focal. Desargues écrit : « côté droit, paramètre ou coadjuteur ».

(4) C'est-à-dire la détermination des sommets des cônes passant par une conique définie par certaines données.

(5) C'est-à-dire la construction par points de coniques définies par certaines données (par exemple n points et $5-n$ tangentes).

(6) L'original porte à tort : « aux points L, M, T, S », ce qui fausse l'énoncé ; par contre, la figure est correcte. Cette erreur n'est rectifiée ni par Bossut, ni par Boutroux.

je dis que la raison composée des raisons de la droite PM, à la droite MA, et de la droite AS, à la droite SQ, est la même que la composée des raisons de la droite PL, à la droite LA, et de la droite AT à la droite TQ (1) (fig. I et *fig. B*).

Nous démontrerons aussi que s'il y a 3 droites DE, DG, DH, que les droites AP, AR, coupent aux points F, G, H, C, Y, B, et que dans la droite DC soit déterminé le point E, la raison composée des raisons du rectangle EF, en FG, au rectangle de EC, en CY, et de la droite AY à la droite AG, est la même que la composée des raisons du rectangle EF,

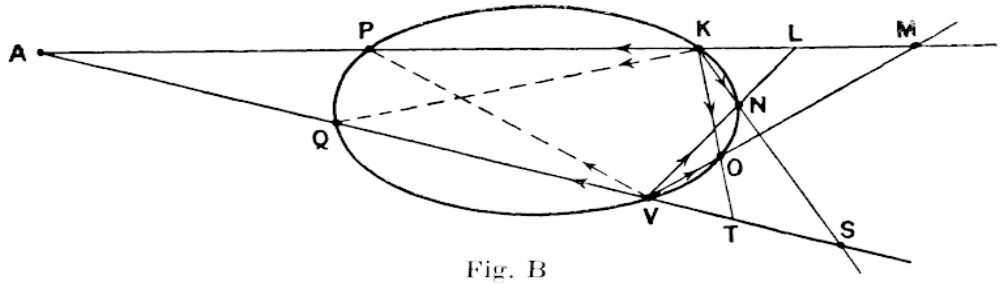


Fig. B

en FH, au rectangle EC, en CB, et de la droite AB, à la droite AH. Et est aussi la même que la raison du rectangle des droites FE, FD au rectangle des droites CE, CD (2) ; partant, si par les points E, D, passe une section de Cône qui coupe les droites AH, AB, ès points P, K, R, ψ, la raison composée des raisons du rectangle des droites EF, **FG** (3) au rectangle

(1) L'énoncé de Pascal peut s'écrire : $\frac{PM}{MA} \times \frac{AS}{SQ} = \frac{PL}{LA} \times \frac{AT}{TQ}$. Il équivaut à affirmer l'égalité des rapports anharmoniques des points (PAML) et (AQTS) obtenus par intersection avec AM et AS des faisceaux joignant les points V et K d'une conique aux 4 points P, Q, O, N, de cette même courbe : $\frac{MP}{MA} : \frac{LP}{LA} = \frac{TA}{TQ} : \frac{SA}{TQ}$; ce théorème peut s'obtenir, soit par extension projective du cas particulier, très simple, du cercle, soit en partant du théorème de Pascal, soit encore en partant du théorème de Desargues.

(2) Cette première partie de ce 2e théorème correspond à la double égalité

$$\frac{EF \times FG}{EC \times C\Upsilon} \times \frac{A\Upsilon}{AG} = \frac{EF \times FH}{EC \times CB} \times \frac{AB}{AH} = \frac{FE \times FD}{CE \times CD}$$

L'égalité du 1er et du 3e membres résulte de l'application du théorème de Ptolémée-Ménélaus au triangle AFC, coupé par la sécante GγD, l'égalité du 2e et du 3e membres, de l'application du même théorème au triangle AFC coupé par la sécante HBD. Il est à noter que Desargues emploie fréquemment ce même théorème dans son *Brouillon project.* Par ailleurs, l'égalité des 1er et 2e membres exprime que le faisceau de 4 droites DA, Dγ, DC, DB, détermine sur les sécantes AP et AR des segments ayant même rapport anharmonique : énoncé modernisé du th. 129 du liv. VII de la *Collection mathématique* de Pappus. Ce théorème correspond à la propriété de projectivité du rapport anharmonique. Il est à noter que la figure originale comporte par erreur la lettre « r », au lieu de « R ».

(3) L'original porte par erreur « des droites EF, FC ». Cette faute n'est corrigée dans le texte ni par Bossut, ni par Boutroux ; par contre, dans sa note explicative, Boutroux pose correctement FG au lieu de FC.

des droites EC, CY, et de la droite YA, à la droite AG, sera la même que la composée des raisons du rectangle des droites FK, FP, au rectangle des droites CR, CΨ, et du rectangle des droites AR, AΨ, au rectangle des droites AK, AP (1) (fig. I et *fig. C* et *D*).

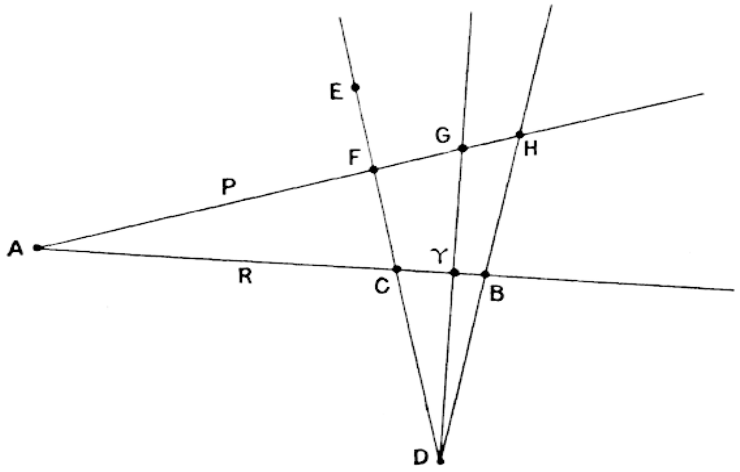


Fig. C

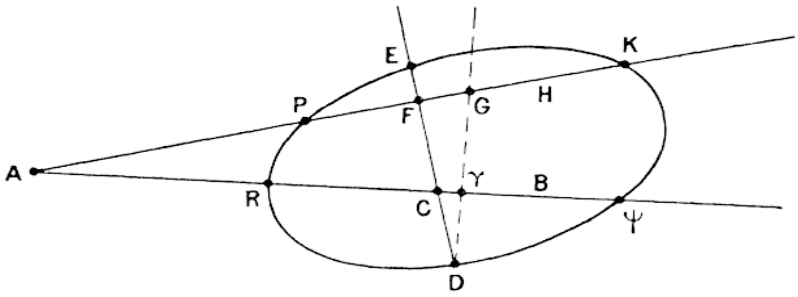


Fig. D

Nous démontrerons aussi que si 4 droites AC, AF, EH, EL, s'entrecoupent ès points N, P, M, O, et qu'une section de cône coupe les dites droites ès points C, B, **F** (2), D, H, G, L, K, la raison composée des raisons du rectangle de MC, en MB, au rectangle des droites PF, PD, et du rectangle des droites AD, AF, au rectangle des droites AB, AC, est la même que la raison composée des raisons du rectangle des droites ML, MK, au rectangle des droites PH, PG, et du rectangle des droites EH, EG, au rectangle des droites EK, EL (3) (fig. III).

(1) L'énoncé de Pascal correspond à l'égalité :

$$\frac{EF \times FG}{EC \times CY} \times \frac{YA}{AG} = \frac{FK \times FP}{CR \times C\Psi} \times \frac{AR \times A\Psi}{AK \times AP}$$

Le 1er membre de cette égalité étant égal à $\frac{FE \times FD}{CE \times CD}$ d'après la première partie du théorème, on en déduit l'égalité : $\frac{FE \times FD}{CE \times CD} = \frac{FK \times FP}{CR \times C\Psi} \times \frac{AR \times A\Psi}{AK \times AP}$, forme qui, éliminant l'intervention de la sécante DγG, équivaut au célèbre théorème dit de CARNOT (*Géométrie de position*, p. 435 [n° 378], considéré dans le cas particulier d'une conique coupant les 3 côtés du triangle AFC. La relation, immédiate dans le cas du cercle, peut se transposer par voie projective à une conique quelconque.

(2) L'original comporte une faute d'impression : « E », au lieu de F ; la figure par contre est correcte. Cette faute est corrigée par Bossut et Boutroux.

(3) Ce 3e théorème, qui, vérifié immédiatement pour le cercle, s'étend ensuite à une conique quelconque n'est autre que le cas particulier du théorème de CARNOT correspon-

Nous démontrerons aussi cette propriété, dont le premier inventeur est M. Desargues Lyonnais, un des grands esprits de ce temps, et des plus versés aux Mathématiques, et entre autres aux Coniques, dont les écrits sur cette matière, quoiqu'en petit nombre, en ont donné un ample témoignage à ceux qui en auront voulu recevoir l'intelligence (1) et [je veux bien avouer que je dois le peu que j'ai trouvé sur cette matière à ses écrits, et que j'ai tâché d'imiter autant qu'il m'a été possible sa méthode sur ce sujet, qu'il a traité sans se servir du triangle par l'axe (2). Et traitant généralement de toutes les sections de Cône, la propriété merveilleuse dont il est question est telle : si dans le plan MSQ il y a une section de cône PQV dans le bord de laquelle ayant pris les 4 points K, N, O, V, sont menées les droites KN, KO, VN, VO, de sorte que par un même des 4 points ne passent que deux droites, et qu'une autre droite coupe tant **le bord** (3) de la section aux points R, ψ que les droites KN, KO, VN, VO, ès points *x*, *y*, Z, δ, je dis que comme le rectangle des droites **ZR,** Z ψ (4), est au rectangle des droites *y***R,** **y**ψ (5), ainsi le rectangle des droites δ**R,** δψ est au rectangle [**des** droites *x***R,** *x*ψ (6) (fig. I et *fig. E*).

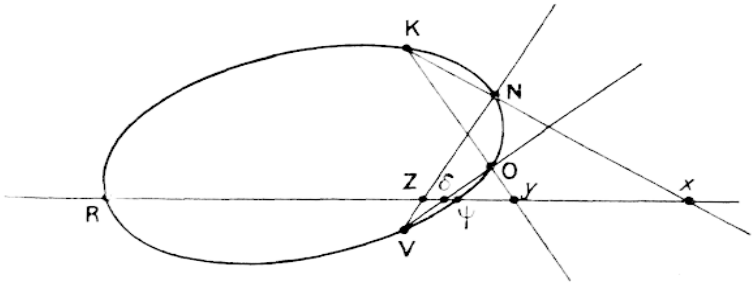


Fig. E

dant à une conique coupant les côtés d'un quadrilatère (*Géométrie de position*, p. 437 (n° 379) : énoncé du théorème général).

(1) Sur les écrits géométriques de Desargues, voir notre ouvrage, *L'œuvre mathématique de G. Desargues*, P. U. F., Paris, 1951. Ces essais n'ont été publiés qu'à 50 exemplaires : Pascal semble penser que leur faible retentissement est dû à ce que peu de lecteurs ont fait l'effort suffisant pour en « recevoir l'intelligence ».

(2) La nouvelle méthode employée par Desargues et Pascal utilise la définition d'une conique comme section plane quelconque d'un cône à directrice circulaire. L'ancienne méthode, inspirée du traité des *Coniques* d'Apollonius était fondée sur l'emploi du « triangle par l'axe ».

(3) L'original porte « l'abord ». Il semble plus correct de lire « le bord », terme employé d'ailleurs de façon très courante par Desargues.

(4) Dans l'énoncé de ce théorème, l'original emploie successivement les lettres R et *r* pour représenter le même point. Nous avons conservé R qui se trouve utilisé précédemment (second théorème) : les 4 lettres corrigées sont en caractère gras, ce qui amène à rectifier la lettre correspondante de la figure I de Pascal.

(5) L'original porte « *yr*, γψ », au lieu de « *y*R, *y*ψ ». Cette accumulation de fautes d'impression rend la lecture assez pénible ; à noter encore plusieurs mots sautés (entre crochets) et une erreur plus grave (voir note suivante).

(6) Il s'agit du célèbre théorème de Desargues sur l'involution déterminée sur une sécante quelconque par les côtés opposés d'un quadrilatère et une conique circonscrite. Pascal n'emploie pas le mot « involution » que Desargues utilise d'une façon systématique et qui a été réintroduit au XIX^e^ siècle par Poncelet. De plus l'énoncé de Pascal est inexact

Nous démontrerons aussi que si dans le plan de l'hyperbole, ou de l'ellipse, ou du cercle AGE, dont le centre est C, on mène la droite AB, touchant au point A la section, et qu'ayant mené le diamètre CA, on prenne la droite AB dont le carré soit égal au quart du rectangle de la figure (1), et qu'on mène CB, alors, quelque droite qu'on mène, comme DE, parallèle à la droite AB, coupant la section en E, et les droites AC, CB, ès points D, F, si la section AGE est une ellipse ou un cercle la somme des carrés des droites DE, DF, sera égale au carré de la droite AB, et dans l'hyperbole, la différence des mêmes carrés des droites DE, DF, sera égale au carré de la droite AB (2) (fig. II).

— fait qui ne semble avoir été remarqué par aucun commentateur. En effet, alors que les 3 couples de points homologues de l'involution considérée sont R, ψ ; x, δ ; y, Z, il écrit :

$$\frac{\mathrm{ZR} \times \mathrm{Z}\psi}{y\mathrm{R} \cdot y\psi} = \frac{\delta\mathrm{R} \cdot \delta\psi}{x\mathrm{R} \cdot x\psi} \quad \text{au lieu de :} \quad \frac{\mathrm{RZ} \cdot \mathrm{R}y}{\psi\mathrm{Z} \cdot \psi y} = \frac{\mathrm{R}\delta \cdot \mathrm{R}x}{\psi\delta \cdot \psi x}$$

(1) Divers commentateurs ont donné à cette expression « rectangle de la figure », le sens inexact d'aire du rectangle circonscrit à la conique, ce qui les a conduits à des interprétations inexactes. En fait, cette expression était déjà vieillie au XVIII^e^ siècle, puisque Bossut juge nécessaire de l'expliquer dans la seule note qu'il ajoute à sa première réédition de l'*Essay*. Le « rectangle de la figure » est pour Pascal le produit du diamètre considéré (ici le double de CA), par son paramètre ou côté droit (au sens de l'époque). La « figure d'un diamètre » est en effet au XVII^e^ siècle la figure déterminée par le côté transverse (ou diamètre) et le côté droit (ou paramètre) ; le rectangle de la figure est donc le produit de ces deux éléments (aire du rectangle géométrique qu'ils déterminent). (Cf. *Les coniques d'Apollonius*, éd. Ver Eecke, pp. 24, 46, etc. ; Ph. DE LA HIRE, *Nouveaux élémens des Sections coniques*, Paris, 1679, pp. 88 et 144 ; OZANAM, *Dictionnaire mathématique*, Amsterdam, 1691, p. 124 ; G. DE L'HOSPITAL, *Traité analytique des Sections coniques*, Paris, 1707, pp. 29 et 67.)

(2) Ce dernier énoncé peut conduire à certaines méprises. C'est ainsi que P. BOUTROUX (*Œuvres de Pascal*, t. II, p. 258) et P. HUMBERT (*op. cit.*, pp. 30-31), veulent, à tort, en limiter l'application au cas des axes principaux des coniques à centre. Or, l'expression « rectangle de la figure » employée par Pascal désignant le produit du diamètre porté par CA par le paramètre correspondant, si nous désignons par a' le demi-diamètre CA et par b' son demi-diamètre conjugué a', le paramètre correspondantà CA est égal, suivant son sens du XVII^e^ siècle, à $2\,b'^2/a'$, si bien que le « rectangle de la figure » correspondant à l'axe porté par CA est égal à $2\,a' \times 2\,b'^2/a' = 4\,a'^2$; le quart du rectangle est donc égal à a'^2, et la « droite AB, dont le carré soit égal au quart du rectangle de la figure », doit donc être prise égale à b', demi-diamètre conjugué du demi-diamètre CA. Ceci posé, transposons l'énoncé de Pascal avec ces nouvelles notations : $\mathrm{CA} = a'$, $\mathrm{AB} = b'$. Si l'on désigne par x et y les coordonnées du point E de la conique par rapport aux axes portés par CA et son diamètre conjugué, on a de suite : $\overline{\mathrm{CD}} = x$, $\overline{\mathrm{DE}} = y$ et $\overline{\mathrm{DF}} = b' \times \frac{x}{a'}$. Dans le cas du cercle ou de l'ellipse, l'énoncé s'écrit alors :

$$y^2 + \frac{b'^2 x^2}{a'^2} = b'^2 \quad \text{qui équivaut à l'équation classique} \quad \frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} = 1$$

tandis que dans le cas de l'hyperbole, on obtient :

$$\left| y^2 - \frac{b'^2 x^2}{a'^2} \right| = b'^2 \quad \text{qui équivaut à} \quad \frac{x^2}{a'^2} - \frac{y^2}{b'^2} = \pm 1.$$

Des énoncés analogues, équivalant également à l'équation des coniques à centre, rapportées à deux diamètres conjugués se trouvent dans le *Brouillon project* de DESARGUES

Nous déduirons aussi quelques autres problèmes, par exemple d'un point donné mener une droite touchant une section de cône donnée.

Trouver deux diamètres conjugués en angle donné.

Trouver deux diamètres en angle donné et en raison donnée (1).

Nous avons plusieurs autres problèmes et théorèmes et plusieurs conséquences des précédents, mais la défiance que j'ai de mon peu d'expérience et de capacité ne me permet pas d'en avancer davantage avant qu'il ait passé à l'examen des habiles gens, qui voudront bien nous obliger d'en prendre la peine ; après quoi si l'on juge que la chose mérite d'être continuée, nous essaierons de la pousser jusqu'où Dieu nous donnera la force de la conduire.

A Paris, M.DC.XL.

(cf. *Poudra*, t. I, pp. 202 et 284, *Desargues*, pp. 163-164). Il est probable que Pascal s'en est inspiré.

(1) Rien ne nous permet de reconstituer la méthode employée par Pascal pour résoudre ces problèmes.